**Часть 1.**

«Какие уравнения называются диофантовыми?»  
Линейное диофантово уравнение с двумя неизвестными – это уравнение в целых числах вида:  
ax + by = c (1)  
относительно переменных x и y.  
Предполагается, что a и b отличны от нуля.  
Решение диофантового уравнения сводится к следующему алгоритму:  
• Ответ на вопрос: «Имеет ли уравнение смысл?»;  
• Рассмотрение вырожденного случая;  
• Нахождение частного решения;  
• Получение всех решений  
Решением линейного диофантового уравнения называют все решения уравнения (1). Как правило решения таких уравнений записываются в следующей форме:  
x=x0+k\*n,  
y=y0+l\*n,  
где nℤ  
Причем числа k, l, x0, y0 являются целыми и фиксированными в зависимости от данного уравнения. Любую конкретную пару из этого множества решений называют частным решением данного диофанового уравнения.  
Задачи направленные на применение методов решения диофантовых уравнений обычно появляются в школьной программе с 8 класса. Примеры на эту тему часто включают в варианты ОГЭ и ЕГЭ.

**«Перейдем к конкретным примерам…»**  
1. Рассмотрим уравнение  
4x+4y=9  
Первое, что мы должны сделать, приступая к решению диофантового уравнения это убедиться в том, что корни вообще существуют.  
Диофантово уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда с делится на d, где Н.О.Д.(a,b) = d в уравнении (1).  
В нашем случае Н.О.Д.(a,b) = Н.О.Д.(4,4) =4.  
С=9 и очевидно что 9 не делится на 4, а значит данное уравнение не имеет решений.  
Ответ: нет решений.

2. Рассмотрим уравнение  
2x+3y=0  
Линейные диофантовы уравнения, в которых c=0 получили отдельное название: однородное линейное диофантово уравнение.  
Нетрудно получить, что  
x= - y= - y =-1,5y  
Так как x должен быть целым числом, то y = 2n , где n - произвольное целое число. Значит x = - 3n и решениями однородного диофантова уравнения являются все пары вида  
  
{- 3n , 2n }, где nℤ  
  
Ответ: {- 3n , 2n }, где nℤ

3. Рассмотрим уравнение  
2x+3y=5  
Убедимся что решения существуют.  
Затем применим разделим с остатком:  
  
3=2\*1+1  
5=2\*2+1  
  
Согласно блок-схеме получаем частное решение y0=1:1=1.  
Подставляя это решение в исходное уравнение находим частное решение x0=(5-3):2=1.  
  
Вычтем из исходного уравнения равенство полученное подставлением найденных частных решений в исходное уравнение:  
  
2(x-1)+3(y-1)=5-5  
2(x-1)+3(y-1)=0  
  
Решение полученного уравнения найдем аналогично Примеру 2:  
  
x-1=-3n, y-1=2n, где nℤ  
  
Ответ: x=1-3n, y=1+2n, где nℤ