**Глава I. Введение в линейное программирование**

**§1. История развития линейного программирования.**

 Основой реализации любой задачи линейного программирования является принятие конкретным лицом оптимального решения. Оптимальным считается такое решение, которое обеспечивает достижение цели в рассматриваемых условиях с максимальным или минимальным эффектом. Математические исследования конкретных экономических проблем с целью установления экономических зависимостей и закономерностей относятся к периоду с конца XIX века и до середины XX века.

 Классическое применение математических методов для формализованного описания дано К. Марксом в его знаменитой модели расширенного воспроизводства. Эта модель была, по-видимому, первой экономической моделью, позволяющей вскрыть целый ряд важных особенностей производства.

 Основатель математической школы Л. Вальрас в 1874 г. создал общую статистическую экономико-математическую модель хозяйства, известную под названием системы общего экономического равновесия. Рациональные элементы модели Вальраса заключаются в постановке задачи для хозяйства (достижение максимального эффекта при минимальных затратах) и подходе к ценам как составному элементу нахождения общего оптимума.

 Затем в 1904 г. русским экономистом-математиком В.К. Дмитриевым были созданы уравнения связи затрат и выпуска продукции, которые в дальнейшем (в 30-х годах) были использованы американским экономистом В. Леонтьевым для построения балансов «затраты – выпуск».

 Указанные выше работы можно считать первыми построениями экономико-математических моделей. Они наметили два направления экономико-математического анализа статистических данных:

* для описания экономических явлений,
* для установления зависимости между ними.

Оба типа исследований относятся к области математической статистики.

В 1930 г. советские экономисты-транспортники для построения оптимального плана перевозок составили транспортную задачу в сетевой форме и решили ее без математического обоснования, применяя метод последовательного улучшения плана.

 Далее, в 1939 г. в издании Ленинградского государственного университета появилась небольшая книга известного математика – профессора того же университета Л. В. Канторовича «Математические методы организации и планирования производства». Из-за того, что методы, изложенные Л.В.Канторовичем, были малопригодны для ручного счета, а быстродействующих вычислительных машин в то время не существовало, работа Л.В.Канторовича осталась почти не замеченной.

 Именно по этой причине, через 10 лет метод линейного программирования в другой форме был переоткрыт в США. Первые статьи по линейному программированию были опубликованы в США лишь в 1949 г. В них американский ученый Дж .Б. Данциг выступил с изложением своего симплексного метода. Такой метод Данцига имеет много общего с методом последовательного улучшения плана, применявшимся в дальнейшем (после 1939 г.) Л.В. Канторовичем и его сотрудниками для решения ряда практических задач.

 В 1949 г. Л.В. Канторовичем и М.К. Гавуриным в совместной статье был изложен метод потенциалов для решения транспортных задач.

 Расцвет работ по линейному программированию пришёлся на 50-е годы ХХ столетия. В эти годы были детально разработаны основные методы решения, создано много разных алгоритмов, началось практическое применение новых методов, появилась обширная литература, описывающая эти методы и алгоритмы. Например, в 50-е годы американским математиком Р. Беллманом разрабатываются методы динамического программирования.

 Так, в 1951 г., Дж. Б. Данцигом был разработан математический метод, получивший название модифицированного распределительного метода.

 Далее, В 1954 г. А. Чарнс и Лемке разработали и опубликовали метод решения задач с выпуклой целевой функцией и линейными ограничениями. В этом же году появляются работы по методам целочисленного линейного программирования. К ним относится и метод Гомори, опубликованный в США в 1958 г.

 Также в 1958 г. советский ученый А.Л. Лурье разработал метод разрешающих слагаемых для решения транспортных задач.

 На основе всех выше перечисленных открытий, учеными разработан значительный арсенал экономико-математических методов, которые можно объединить под одним названием – методы разработки оптимальных решений.

Ссылки: Учебное пособие М. Е. Гераськина «Линейное программирование»: <http://repo.ssau.ru/bitstream/Uchebnye-posobiya/Lineinoe-programmirovanie-Elektronnyi-resurs-ucheb-posobie-po-specialnosti-08011665-Mat-metody-v-ekonomike-55268/1/%D0%93%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B8%D0%BD%20%D0%9C.%D0%98.%20%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B5.pdf>.

**§2. Основные понятия линейного программирования.**

Многие экономические процессы описываются математическими моделями (математическое программирование – это использование математических методов и моделей для решения проблем программирования). В таких процессах требуется найти такие значения переменных параметров, при которых достигается максимальное или минимальное значение линейной функции от этих переменных, при различных ограничениях (линейное ограничение - ограничение модели, заданное в форме линейного уравнения или линейного неравенства (в которых неизвестные есть только в первой степени)).

 Ограничения функций задаются линейными уравнениями или неравенствами. Искомые переменные называются контролируемыми факторами, которые в свою очередь образуют допустимый план (это все значения переменных, которые удовлетворяют системе ограничений). Далее переменные объединяются целевые функции (вещественная или целочисленная функция нескольких переменных, подлежащая оптимизации (минимизации или максимизации) в целях решения некоторой оптимизационной задачи).

 Приведём пример задачи линейного программирования, в которой отметим все выше упомянутые определения.

 Условие: Предприятие производит 2 вида продукции X и Y. 1 кг X приносит прибыль 5 рублей, требует 2 кг ресурса A и 3 кг ресурса B. 1 кг Y приносит прибыль 10 рублей, требует 7 кг ресурса A и 9 кг ресурса B. Суммарный запас ресурсов 70 кг (А) и 50 кг (В). При каком объёме производства прибыль будет максимальна?

 Решение: Пусть производит z кг продукции X и d кг продукции Y. Тогда общая прибыль F=5 · z + 10 · d (целевая функция). Мы хотим найти максимум целевой функции при ограничениях: 2 · z + 7 · d ≤ 70 (ресурс А) и 3 · z + 9 · d ≤ 50 (ресурс В). Конечно, z, d ≥ 0. Получаем задачу: F = 5 · z + 10 · d => max (в данной задаче переменная F является оптимальным планом).

 Записываем данные неравенства в виде системы, в которой записываем линейные ограничения:

$\left\{\begin{array}{c}2 · z + 7 · d \leq 70\\3 · z + 9 · d \leq 50 \\z, d \geq 0\end{array}\right.$

Ссылки:

* Статья о том, что такое линейное ограничение (электронный ресурс): <http://economic_mathematics.academic.ru/2359/%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5>;
* Статья о том, что такое линейное программирование и его основные понятия (электронный ресурс): <http://studopedia.ru/2_59202_lineynoe-programmirovanie.html>;
* Статья о том, что такое целевая функция (электронный ресурс): <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F>;
* Статья об основных понятиях линейного программирования (Электронный ресурс): <http://matmetod-popova.narod.ru/theme21.htm>;
* Учебное пособие "Математические Методы и модели в экономике" Г. И. Просветов.