Зависимость температуры от времени при достижении теплового равновесия

Ивков Егор 11А

Консультант: Алексей Леонидович Наумов

Гимназия №1505

Москва 2016

ВВЕДЕНИЕ

На одном из уроков мы обсуждали разные возможности передачи тепла, тогда эта тема меня заинтересовала. Позже, как человек, который любит часто пить чай я заметил интересную зависимость: чаю требуется всего несколько минут, чтобы стать из горячего тёплым, но существенно больше времени, чтобы остыть до температуры воздуха. Я сделал вывод, что, возможно, скорость изменения температуры, когда она высока, больше, чем когда она опускается ниже. Этот вывод меня удивил, т.к. я считал, что скорость постоянна, поэтому я решил исследовать, как температура меняется со временем.

Таким образом, цель исследования:

установить как зависит скорость изменения температуры жидкости от времени при остывании.

Для этого требовалось решить следующие задачи:

1) выяснить существует ли теоретическая зависимость разницы температуры от времени, с тем, чтобы в дальнейшем можно было установить согласуются ли данные эксперимента с теоретическими данными
2) разработать методику самого исследования
3) провести исследование
4) проанализировать результаты на соответствие теории

Работа, таким образом, разбита на две части. В первой главе рассматривается теоретическая составляющая исследования, а во второй - практическая. Заключение содержит вывод о том, в какой мере собранные данные соответствуют рассмотренной теории.

ГЛАВА 1

Температура - это параметр, который является одинаковым в системе находящейся в термодинамическом равновесии. Заметим, что если два тела соприкасаются, тепло передаётся от тела с большей температурой к телу с меньшей.

Мы знаем, что существую три типа передачи тепла: теплопроводность, конвекция и излучение. Скорее всего для каждого типа теплопередачи зависимости зависимость скорость передачи тепла от разницы температур будет различна. Количество переданного тепла тоже возможно будет отличаться.

Я предположил, что, скорее всего, температура будет изменяться из-за передачи тепла через свойство теплопроводности между водой и стеклом, стеклом и воздухом. Такое изменение температуры описывается законом Ньютона - Римана. В ходе своих экспериментов я проверю было ли правильным моё предположение.

Закон Ньютона - Римана

Закон Ньютона - Римана определяет, что скорость изменения температуры тела пропорциональна разнице между его настоящей температурой и постоянной температурой окружающей среды[1]. Изначально этот закон можно описать, как дифференциальное уравнение:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

Проинтегрировав можно получить это уравнение в экспоненциальной форме:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

[1]www.ugrad.math.ubc.ca http://www.ugrad.math.ubc.ca/coursedoc/math100/notes/diffeqs/cool.html

Здесь независимая переменная t - время, $T(t)$ и T финальная температура, k коэффициент передачи тепла, T_0 начальная температура тела и T_a неизменяемая температура окружающей среды.

Основываясь на данной теории мы можем утверждать, что зависимость температуры от времени является экспонентой. Но вопросом моего исследования является не зависимость температуры, а скорости её изменения от времени. Следовательно найдём производную $T'(t)$ продифференцировав полученное уравнения относительно времени:

$$T'(t) = -k(T_0 - T_a)e^{-kt}$$

Основываясь на выше изложенных фактах будем считать, что скорость изменения температуры должна определяется законом Ньютона - Римана, из уравнения полученного выше.

ГЛАВА 2

Экспериментальная часть

2.1 Методика

Цель и планирование эксперимента

Целью данного исследования является определить есть ли зависимость между скоростью изменения температуры жидкости и временем, на протяжение которого она остывает. Гипотеза, основанная на наблюдении, заключается в том, что с течением времени скорость остывания должна уменьшаться.

Допущения

В данной ситуации мы предполагаем, что температура жидкости одинакова во всём занимаемом ею объёме, т.к. мы знаем, что одно из свойств жидкости - перемешиваться в момент, когда в какой либо её части температура начнёт отличается от средней[2]. Также мы предполагаем, что

[2] Дополнительные исследования с рядом термометров опущенных в один и тот же сосуд показали, что температура, конечно, различается, но различие (в рамках измеряемого времени) не составили более ¼ градуса и не были систематическими.

температура стеклянных сосудов, в которых находится вода, одинакова с температурой самой воды, т.к. тепло передаётся от воды стенкам сосуда. Другими словами, с точки зрения наблюдателя, в опыте речь идет о контейнере одинаковой температуры, который в результате теплопроводности передает тепло окружающему воздуху. Часть энергии возможно излучается в пространство.

В начале эксперимента, воду нагревали до температуры, которая в несколько раз больше температуры воздуха, далее наливали её в сосуды и закрывали их пенопластом. До момента достижения теплового равновесия измерялась температура воды в сосудах. Данные собраны из четырёх сосудов объёмом 50 ± 5 мл параллельно с шагом в 0.01 с. Я предположил, что температура воздуха не меняется и равна
$(25 \pm 0.1)^0$C.

В реальности температура воздуха конечно менялась во время эксперимента, но мои данные показывают, что это можно не учитывать, так как она изменялась в пределах ошибки измерения.

Контролируемы переменные:

Время

Константы:

Площадь поверхность сосуда

Температура воздуха

Объём воды

Зависимые переменные:

Температура воды

В эксперименте, как это можно увидеть на фотографии, я использовал оборудование Vernier LabQuest с четырьмя подключёнными сенсорами температуры, прикреплёнными к четырём стеклянным сосудам (их было несколько с целью уменьшить ошибку измерения). Так же я вырезал из пенопласта крышки специальной формы (они прикреплены к сенсорам), плотно закрывавшие сосуды. Между водой в сосудах и крышками не оставалось свободного пространства, это было сделано для того чтобы

исключить возможность потери внутренней энергии воды, в связи с испарением. Так-как изменение внутренней энергии вызванной испарением, изменит температуру, но эта зависимость не рассматривается в данном исследовании.

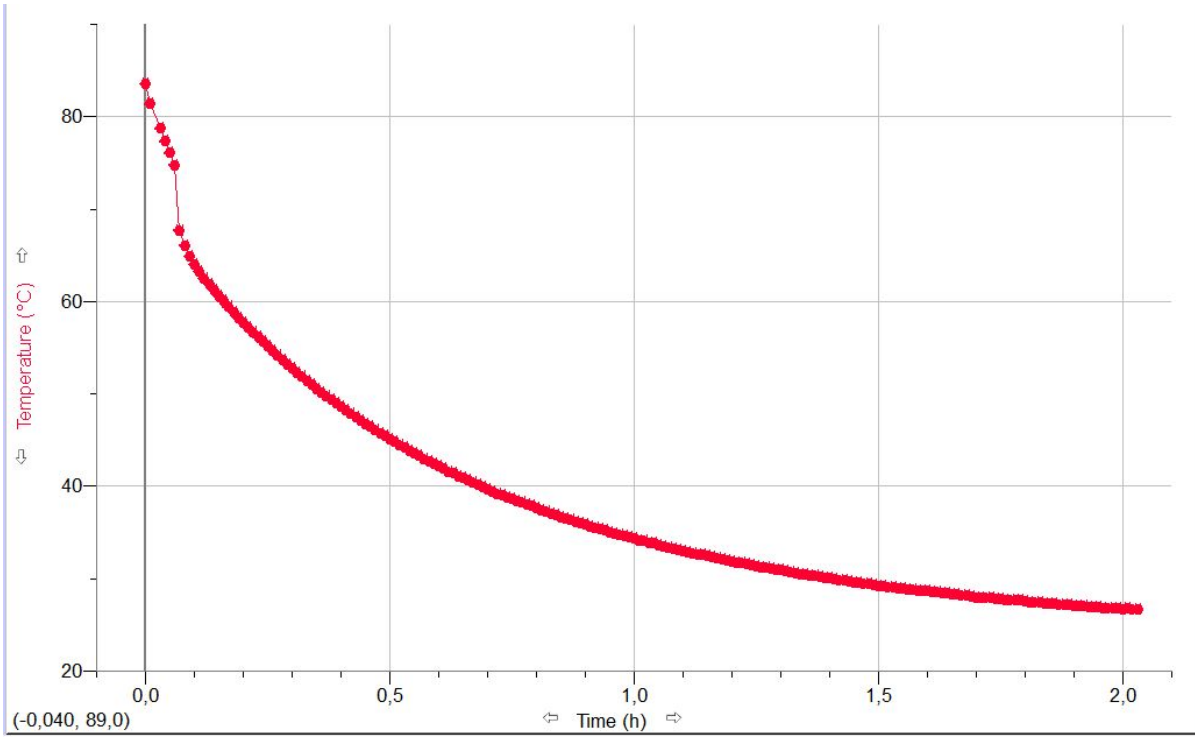
2.2 Анализ данных

Измерения температуры

t(h)	T1 (°C)	T2 (°C)	T3 (°C)	Av T (°C)	Stdev T (°C)	Inst Error (°C)
0	76,8	76,3	76,9	76,7	0,3	0,1
0,01	75,2	74,9	75,1	75,1	0,1	0,1
0,02	73,7	73,5	73,4	73,5	0,1	0,1
0,03	72,3	72,3	71,9	72,2	0,2	0,1
0,04	71,1	71,1	70,6	70,9	0,3	0,1
0,05	69,8	69,8	69,3	69,7	0,3	0,1
0,06	68,7	68,7	68,2	68,5	0,3	0,1
0,07	67,6	67,6	67,1	67,5	0,3	0,1
0,08	66,6	66,6	66,1	66,4	0,3	0,1
0,09	65,6	65,6	65,1	65,4	0,3	0,1

После того как эксперименты были проведены, я проанализировал данные в Google Spreadsheets. Выше можно увидеть часть таблицы с измерениями температуры (полную таблица с данными находится в приложении). Левый столбец содержит время в часах (т.к. в среднем вода приходит в тепловое равновесие с воздухом за 2 часа). Следующие три столбца - это данные термометров в ^{0}C, далее идёт вычисляемый столбец (Av T), показывающий среднюю температуру в данный момент времени, потом следует столбец стандартного отклонения температур в строке и столбец ошибки сенсоров (которая всегда остаётся одинаковой). Также стоит заметить, что стандартное отклонение всегда больше ошибки сенсоров, следовательно именно значение стандартного отклонения будем дальше считать ошибкой. Первая значимая цифра в значениях стандартного отклонения - это первая цифра после запятой, поэтому все измерения точны до первой цифры после запятой.

1. T1,T2 и T3 - данные сенсоров температуры
2. Av T - среднее значение измерений
3. StDev T - стандартное отклонение измерений
4. Inst Error - ошибка сенсоров

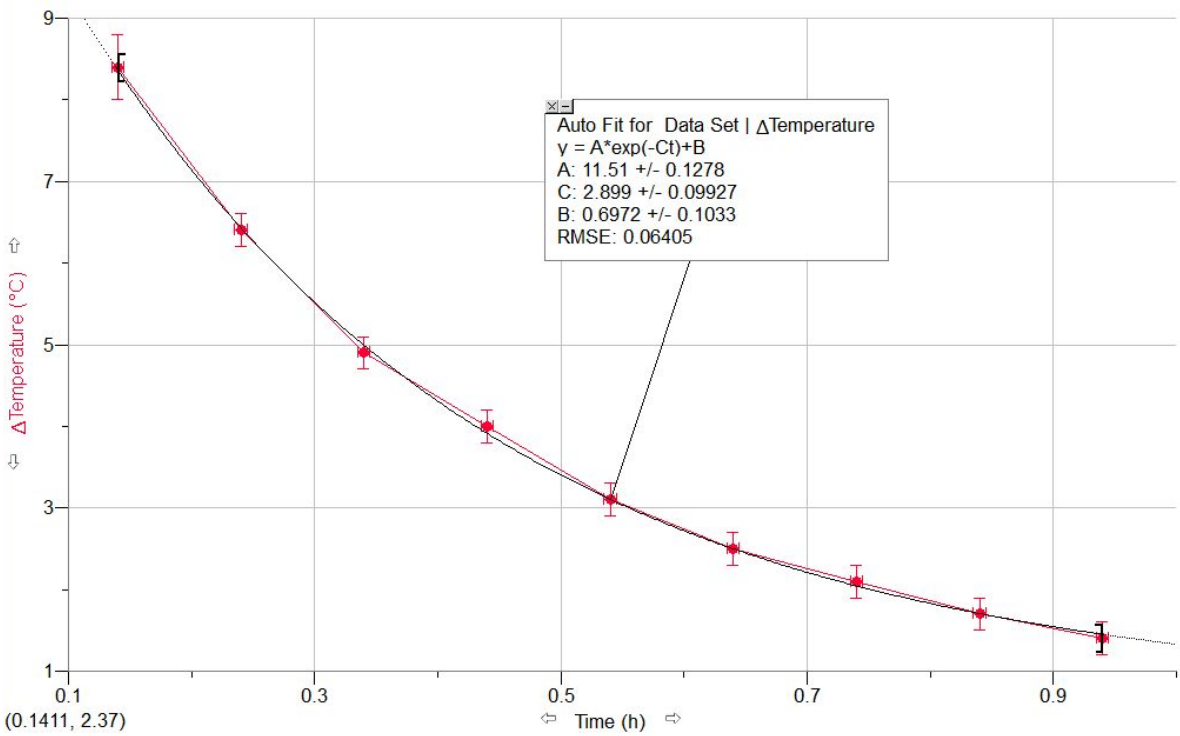


Был построен график изменения температуры от времени, основываясь на своих измерениях. График выглядит последовательным, кроме отрезка от 0.1 до 0.1 часа, который как-будто принадлежит другой функции. Вероятно, причиной этой странности является испарение воды на начальном этапе остывания. Для того, чтобы испарение не испортило данные всего эксперимента, как уже упоминалось ранее, были сделаны специальные крышки для сосудов, которые не должны были оставить свободного пространства между водой. Однако, видимо какое-то свободное пространство осталось и заполнялось водяным паром на ранних стадиях эксперимента. Т.к. в настоящий эксперимент не входит исследование процесса испарения было решил исключить эти данные из области анализа, и проверить какой функции соответствует оставшаяся часть графика.

Скорость изменения температуры

t(h)	ΔT (°C)	Error (°C)	Percentage Error
0,14	8,4	0,4	4,76%
0,24	6,4	0,2	3,13%
0,34	4,9	0,2	4,08%
0,44	4	0,2	5,00%
0,54	3,1	0,2	6,45%
0,64	2,5	0,2	8,00%
0,74	2,1	0,2	9,52%
0,84	1,7	0,2	11,76%
0,94	1,4	0,2	14,29%

Темой данного исследования является определение зависимости скорости изменения температуры от прошедшего времени. В таблице выше скорость изменения температуры представлена в столбце *ΔT*. Скорость изменения была рассчитана, как разница между средними температурами с шагом в 0,1 час. Столбец Error содержит значения ошибки разницы между температурам, являющиеся суммой ошибок этих температур. Значения столбца t время, рассчитанное как среднее арифметическое значений времени средних температур. Шаг равен 0,1 часа для того, чтобы процентная ошибка не была слишком большой и в то же время было достаточное количество данных для анализа. Ниже построен график по данным таблицы.



Функция, которая лучше всего описывает данные точки - экспонента. Также эта линия проходит через все границы ошибки. Следовательно, с точностью, которой можно было добиться в этом эксперименте, можно заключить, что скорость изменения температуры от времени в остывающей жидкости является экспоненциальной функцией. Далее я определили, что похожая зависимость описана в законе Ньютона - Римана для типа передачи тепла - теплопроводности.

Как мы убедились ранее, возможно провести экспоненту через границы ошибок данных, следовательно вероятно данный эксперимент можно описать с помощью закона Ньютона - Римана. Тем не менее трудно анализировать экспоненту, поэтому я решил взять логарифм от формулы и о от полученных данных.

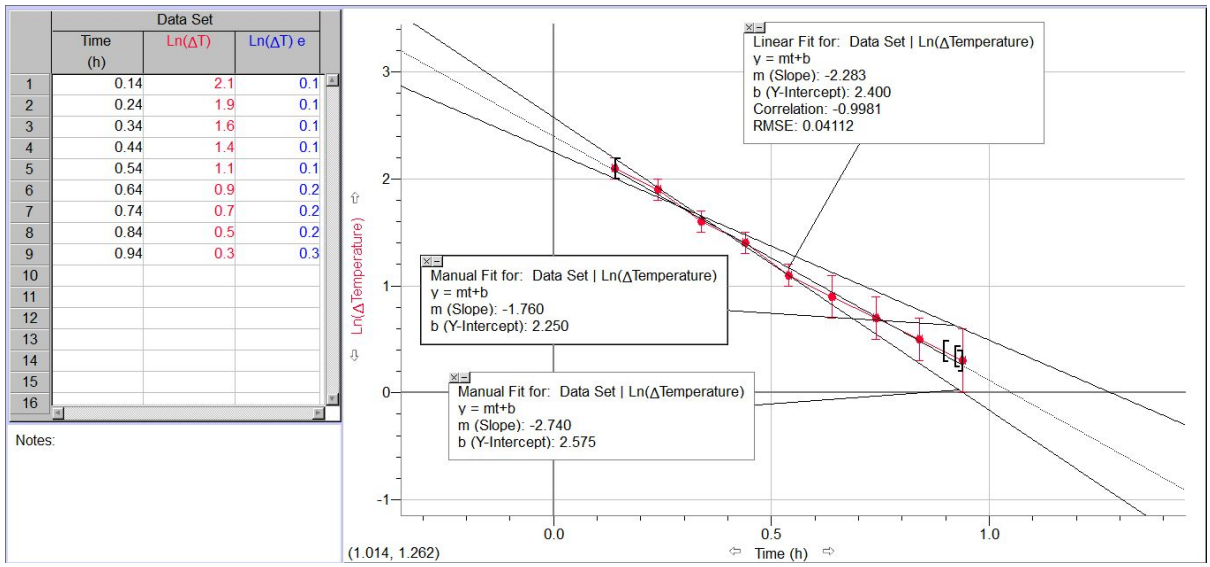
$$ln(T'(t)) = ln(-k(T_0 - T_a)e^{-kt})$$

$$ln(T'(t)) = ln(-k) + ln(T_0 - T_a) - kt$$

где k и $(T_0 - T_a)$ - константы

Следовательно если логарифмировать данный столбца *Delta T* и они принадлежат графику определяемому законом Ньютона - Римана точки будут лежать на прямой функции *ln(T'(t))*.

Заключительный график



На координатной плоскости отмечены точки логарифмированных значений Delta T и графики лучшего и худшего попадания. Ошибкой здесь является разность логарифмов Delta T ± ошибки температур. Через все границы ошибок можно провести прямую, это означает, что данный эксперимент подтверждает закон Ньютон - Римана. Отрицательный *m,* равный *k,* коэффициент показывает, что тело в данный момент охлаждается, а не нагревается. Следовательно коэффициент передачи тепла в моём исследовании равен 2.3 ± 0.5 (ошибка здесь вычисляется, как разница между коэффициентами наклона линий худшего попадания).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги можно заключить, что зависимость показанная экспериментом, определяется законом Ньютона - Римана, т.к. данные с заданными границами ошибок позволяют провести линию, которая совпадёт с функцией полученной из вышеупомянутого закона. Из этого следует, что в эксперименте температура в основном изменяется из-за передачи тепла через теплопроводность. Излучение в данном случае можно признать незначительным. Также это показывает, что предположения, сделанные на этапе планирования эксперимента, были верны.

Ответом на главный вопрос исследования будет то, что зависимость скорости изменения температуры жидкости от времени (если исключить возможность испарения) является экспонентой и её формула выводится из закона Ньютона - Римана.

В данном эксперименте можно внести несколько изменений для того, чтобы снизить неточность измерений. Например можно было бы исключить фактор испарения и уменьшить потерю внутренней энергии из-за излучения, добавив тонкий слой масла поверх воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Other differential equations [Электронный ресурс] University of British Columbia http://www.ugrad.math.ubc.ca/coursedoc/math100/notes/diffeqs/cool.html
2. Ugo Besson. The History of the Cooling Law: When the Search for Simplicity can be an Obstacle. [Электронный ресурс] http://paginas.fisica.uson.mx/laura.yeomans/tc/Sci-Edu-Springer-2010.pdf
3. David Homer; Michael Bowen-Jones. Physics Course Companion. - 2014 Edition. - Great Glarendon Street, Oxford: Oxford University Press, 2014.