Департамент образования города Москвы

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы «Гимназия №1505

«Московская городская педагогическая гимназия-лаборатория»»

**РЕФЕРАТ**

на тему

**Вращательное движение абсолютно твердого тела**

Выполнил (а):

Фомичев Артем Сергеевич

Руководитель:

Наумов Алексей Леонидович

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (подпись руководителя)

Рецензент:

Голодняк Михаил Михайлович

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (подпись рецензента)

 Москва

 2016/2017 уч.г.

|  |  |
| --- | --- |
| ОГЛАВЛЕНИЕ |  |
| Введение………………………………………………………………........ | 3 |
| Глава 1. Кинематика вращательного движения………………………… | 5 |
| Глава 2. Параграф 1. Законы Ньютона…………………………............... | 8 |
| Параграф 2. Основное уравнение динамики вращательного движения. | 9 |
| Параграф 3. Центр масс…………………………………………………... | 12 |
| Параграф 4. Момент сил………………………………………………….. | 13 |
| Параграф 5. Момент инерции……………………………………………. | 14 |
| Глава 3……………………………………………………………………... | 15 |
| Заключение………………………………………………………………... | 19 |
| Список источников………………………………………………………... | 20 |

|  |
| --- |
|  |

# ВВЕДЕНИЕ

Помимо поступательного и колебательного в физике существует еще один вид механического движения - вращательное. С вращательным движением мы сталкиваемся каждый день, и оно является неотъемлемой частью многих устройств, облегчающих нашу жизнь. Одним из величайших изобретений человечества является колесо - универсальное приспособление, отличительной чертой которого в использовании в древние времена явилось вращение. Именно эта черта выделила его среди прочих человеческих ранних изобретений и в разы ускорило развитие нашего вида.

Динамика и кинематика вращательного движения широко применимы для создания различного технического оборудования в наиболее актуальных на сегодняшний день энергетических, промышленных и военных отраслях, а также в научных и исследовательских направлениях. В частности, ветроэнергетика, принцип добычи электроэнергии в которой основан на вращении винта, является одной из самых экологически безопасных и перспективных отраслей энергетики: по оценкам Global Wind Energy Council к 2050 году мировая ветроэнергетика позволит сократить ежегодные выбросы СО2 в атмосферу на 1,5 миллиарда тонн, а запасы энергии ветра более чем в сто раз превышают запасы гидроэнергии всех рек планеты. Другой пример — “летающие машины будущего”, которых в настоящее время разработано уже несколько прототипов. Многие из них: PAL-V, MYCOPTER или SKYCRUISER - передвигаются по воздуху за счет вращения одного или нескольких пропеллеров. Также все большую актуальность приобретает тема исследования космоса. При этом на космических кораблях и спутниках для достижения большей маневренности и экономии топлива двигатели располагают так, чтобы аппараты имели возможность поворачиваться в любом направлении вокруг своей оси. Для этого в расчетах мощности и расположения двигателей необходимо использовать формулы динамики и кинематики вращательного движения.

 Я с детства увлекаюсь научной фантастикой, связанной с космосом. Только недавно я понял, что многие полеты на различных космических кораблях, показанные в фильмах и описанные в книгах, подчиняются определенным физическим законам. Тогда мне стало интересно узнать, что же с точки зрения физики представляет из себя движение космического корабля и с помощью каких формул и вычислений я смогу просчитать и спланировать подобный полет.

 Моя работа будет наиболее интересна ученикам девятого класса, поскольку тема вращательного движения станет отличным дополнением на фоне изучения таких областей механики, как движение по окружности, статика, поступательное и колебательное движение. В первой и второй главах описана теоретическая составляющая кинематики и динамики вращательного движения. А в третьей главе вы узнаете об одном из способов применение приведенного ранее теоретического материала на практике.

#

#

#

#

# Глава 1. Кинематика вращательного движения

 В дальнейшем речь будет идти о вращательном движении **абсолютно твердого тела**, поэтому сначала необходимо разобраться, какое же тело является **абсолютно твердым**.

**Абсолютно твердым телом** называется тело, расстояния между любыми двумя точками которого постоянны. Иначе говоря, размеры и форма абсолютно твердого тела не изменяются при его движении. Всякое твердое тело можно мысленно разбить на достаточно большое число элементарных частей так, чтобы размеры каждой из них были много меньше размеров всего тела. Поэтому абсолютно твердое тело часто рассматривают как систему материальных точек, жестко связанных друг с другом. - Б.М. Яворский: *Справочник по физике для инженеров и студентов*

 При вращательном движении абсолютно твердого тела все его точки описывают окружности, центры которых находятся на одной прямой, называемой осью вращения. Поскольку тело является твердым, все его точки за любые отрезки времени поворачиваются на один и тот же угол - **угол поворота (**$φ$**,** измеряется в радианах**)**. Основной задачей кинематики вращательного движения является нахождения этого угла (*рис 1.1*).

***φ***

***φ***

*рис 1.1*

Быстроту изменения угла поворота тела вокруг оси вращения, показывает **угловая скорость****(**$ω$, измеряется в радианах в секунду**)**; быстроту изменения угловой скорости показывает **угловое ускорение(**$ε$, измеряется в радианах в секунду в секунду, или рад/с2**)**.

Существует два вида вращательного движения: равномерное и неравномерное вращение. При равномерном вращении угловое ускорение тела равно нулю, вследствие чего угловая скорость остается неизменной. Среди неравномерного вращения выделяют равноускоренное, при котором тело имеет постоянное угловое ускорение и угловая скорость непрерывно и равномерно изменяется. Данный факт сразу наводит на мысль о кинематике поступательного движения, в которой также шло деление на равномерную и равноускоренную составляющую. И поскольку поступательное движение нам уже хорошо знакомо, понять вращение будет проще всего, сравнивая его с прямолинейным движением тела.

Ниже представлены две сравнительные таблицы с формулами кинематики вращательного и поступательного движения: “*Формулы равномерного вращения и равномерного прямолинейного движения”* и “*Формулы равноускоренного вращения и равноускоренного прямолинейного движения”.* В первой таблице сравниваются формулы равномерного движения и вращения, во второй - формулы равноускоренного движения и вращения.

*Формулы равномерного вращения и равномерного прямолинейного движения*

|  |  |
| --- | --- |
| Поступательное движение  | Вращательное движение |
| $$x=x\_{0}\pm v⋅t$$ | $$m$$ | $$⇒x$$ | $$φ=φ\_{0}\pm ω⋅t$$ | $$rad$$ | $$⇒φ$$ |
| $$v=const$$ | $$m/s$$ | $$⇒v$$ | $$ω=const$$ | $$rad/s$$ | $$⇒ω$$ |
| $$a=0$$ | $$m/s^{2}$$ | $$⇒a$$ | $$ε=0$$ | $$rad/s^{2}$$ | $$⇒ε$$ |

*Формулы равноускоренного вращения и равноускоренного прямолинейного движения*

|  |  |
| --- | --- |
| Поступательное движение | Вращательное движение |
| $$x=x\_{0}\pm v\_{0}⋅t\pm a⋅t^{2}/2$$ | $$m$$ | $$⇒x$$ | $$φ = φ\_{0}\pm ω\_{0}⋅t\pm ε⋅t^{2}/2$$ | $$rad$$ | $$⇒φ$$ |
| $$v=v\_{0}\pm a⋅t$$ | $$m/s$$ | $$⇒v$$ | $$ω=ω\_{0}\pm ε⋅t$$ | $$rad/s$$ | $$⇒ω$$ |
| $$a=const$$ | $$m/s^{2}$$ | $$⇒a$$ | $$ε=const$$ | $$rad/s^{2}$$ | $$⇒ε$$ |

 Таким образом, кинематика поступательного и вращательного движения абсолютно идентичны в структуре своих формул и организации физических величин, с помощью которых описывается изменение положения тела.

###

#

#

#

#

#

# Глава 2. Динамика вращательного движения

## Параграф 1. Законы Ньютона

В основе динамики любого механического движения лежат три закона Ньютона:

1. Существует такая система отсчета, в которой любое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него НЕ действуют силы, или их действие скомпенсировано. Такая система отсчета называется **инерциальной**.

 **Инерция** - явление, при котором тело продолжает находиться в состоянии покоя или равномерного движения, если это состояние не изменяется под действием внешней силы.

1. Ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно массе тела.

$$\overbar{F}=m⋅\overbar{a} ⇔ \overbar{a}=\overbar{F}/m$$

Второй закон Ньютона является основным законом в динамике и выполняется только в инерциальной системе отсчета.

1. Силы, с которыми тела действуют друг на друга, лежат на одной прямой, имеют противоположные направления и равные модули.

$$\overbar{F}\_{2\rightarrow 1}= -\overbar{F}\_{1\rightarrow 2}$$

Основной задачей динамики любого механического движения является нахождения ускорения тела с помощью второго закона Ньютона.

## Параграф 2. Основное уравнение динамики вращательного движения

Для нахождения углового ускорения в динамике вращательного движения существует аналог формулы второго закона Ньютона. Чтобы понять происхождение и суть этого аналога, необходимо вспомнить, что такое **тангенциальное** и **нормальное** (центростремительное) ускорение (*рис 2.1*).

**Тангенциальное ускорение (**$a\_{τ}$**)** - компонента ускорения, направленная по касательной к окружности или кривой, по которой происходит движение.

**at**

**an**

**a**

*O*

*рис 2.1*

**Нормальное ускорение (**$a\_{n}$**)** - компонента ускорения, перпендикулярная тангенциальному ускорению и направленная к центру окружности (если же движение идет по кривой, то на каждом участке этой кривой можно нарисовать окружность; таким образом, нормальное ускорение будет направлено в центр этой окружности).

 При движении по окружности или кривой скорость точки всегда направлена по касательной к траектории. Таким образом, мы можем выразить тангенциальное ускорение через изменение линейной скорости:

$$a\_{t}=\frac{Δv}{t}=\frac{v-v\_{0}}{t}$$

 Мы знаем, что при движении по окружности величину линейной скорости тела можно выразить через угловую скорость: $v=ω∙r$, где $ω$ – угловая скорость; $r$ – радиус окружности, по которой происходит движение. Подставим эту формулу в уравнение для тангенциального ускорения:

$$a\_{t}=\frac{v\_{τ}-v\_{τ0}}{t}=\frac{ω∙r-ω\_{0}∙r}{t}=r∙\frac{Δω}{t}$$

 Мы знаем, что $ω=ω\_{0}\pm ε⋅t$; отсюда следует, что $ε=\frac{ω-ω\_{0}}{t}=\frac{Δω}{t}$.

$$\left\{\begin{array}{c}a\_{t}=r∙\frac{Δω}{t}\\ε=\frac{Δω}{t}\end{array}=>a\_{t}=r∙ε \right.$$

 Таким образом, мы получили формулу, связывающую тангенциальное и угловое ускорение тела.

*O*

T

F

**Y**

**X**

$$α$$

*рис 2.2*

r

Теперь представим, что у нас есть небольшой шарик массой $m$, подвешенный на нерастяжимой нити длиной $r$, на который действует сила $\overbar{F}$ под углом $α$ к оси $oy$ (*рис 2.2*). Напишем второй закон Ньютона для этого шарика в проекциях на оси $ox$ и $oy$:

$$ox: F⋅sinα=m⋅a\_{x}$$

$$oy: T-F⋅cosα=m⋅a\_{y}$$

 Шарик будет двигаться по окружности против часовой стрелки, при этом ускорение $a\_{y}$ будет направлено в центр этой окружности, а ускорение $a\_{x}$ – перпендикулярно оси $oy$, то есть по касательной. Таким образом, $a\_{y}$ – это нормальное ускорение шарика, а $a\_{x}$ – тангенциальное.

 Теперь заменим тангенциальное ускорение в уравнении второго закона Ньютона по оси $ox$ на $r∙ε$ и выразим угловое ускорение:

$$F⋅sinα=m⋅ r∙ε=> ε=F⋅sinα/m∙r$$

Умножим числитель и знаменатель на радиус окружности $r$:

$$ε=F⋅r∙sinα/m∙r^{2}$$

Таким образом, мы получили основное уравнение динамики вращательного движения, которое по-другому можно записать как $ε=M/I$.

*Формулы динамики поступательного и вращательного движения*

|  |  |
| --- | --- |
| Поступательное движение | Вращательное движение |
| $$\overbar{F}=m⋅\overbar{a} ⇔ \overbar{a}=\overbar{F}/m$$ | $$M=I⋅\overbar{ε} ⇔ ε=M/I$$ |
| $$\overbar{F}$$ | $$m$$ | $$\overbar{a}$$ | $$M$$ | $$I$$ | $$ε$$ |
| сила | масса | линейноеускорение | момент силы | момент инерции | угловое ускорение |

 Аналогом силы в данном уравнении является **момент сил**, а аналогом массы - **момент инерции**. Но прежде чем приступить к детальному изучению каждой из этих физический величин, необходимо разобраться еще с одним понятием, напрямую связанным с динамикой и кинематикой вращательного движения - **центром масс**.

#

#

## Параграф 3. Центр масс

 Если тело никак не зафиксировано, то при его вращательном движении точкой, относительно которой происходит вращение, является **центр масс**.

Ниже представлены две таблицы: “*Формулы для расчета координат центра масс по осям”* и “*Формула для расчета радиус-вектора центра масс”* - в первой приведены формулы для расчета координаты центр масс отдельно по оси $X$ и по оси $Y$, во второй таблице - формула, по которой считается **радиус-вектор** центра масс.

**Радиус-вектор** - вектор, идущий из некоторой заранее фиксированной точки, называемой началом координат, к нужной нам точке.

*Формулы для расчета координат центра масс по осям*

|  |  |
| --- | --- |
| По оси $X$ | По оси $Y$ |
| $$x\_{c}=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅x\_{i}/\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}$$ | $$y\_{c}=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅y\_{i}/\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}$$ |
| $$x\_{c}$$ | $$m\_{i}$$ | $$x\_{i}$$ | $$y\_{c}$$ | $$m\_{i}$$ | $$y\_{i}$$ |
| Координата центра масс | Масса i-й точки | Координата i-й точки | Координата центра масс | Масса i-й точки | Координата i-й точки  |

|  |
| --- |
| По оси $X$ + По оси $Y$ |
| $$\overbar{r}\_{c}=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅\overbar{r}\_{i}/\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}$$ |
| $$\overbar{r}\_{c}$$ | $$m\_{i}$$ | $$\overbar{r}\_{i}$$ |
| **радиус вектор** центра масс | Масса i-й точки | **радиус вектор** i-й точки |

*Формула для расчета радиус-вектора центра масс*

## Параграф 4. Момент силы

 Подобно тому, как сила заставляет объект ускоряться в линейной кинематике, момент силы придает объекту угловое ускорение. Момент силы является вектором, перпендикулярным как силе, так и ее плечу; однако мы считаем его скалярной величиной. Считается он по следующей формуле:

*Формула для подсчета момента силы*

|  |
| --- |
| $M\left(\overbar{F}\right)$=$\overbar{F}⋅\overbar{L}$ |
| $$M\left(\overbar{F}\right)$$ | $$\overbar{F}$$ | $$\overbar{L}$$ |
| момент силы $\overbar{F}$ | сила | **плечо силы** $\overbar{F}$ |

 **Плечо силы** – это вектор, идущий из точки, относительно которой происходит вращение, до максимально близкой точки на линии действия силы (*рис 2.1*). Длина этого вектора равна кратчайшему расстоянию между точкой вращения и линией действия силы.

*рис 2.3*

**F2**

**(сила)**

**L2**

**(плечо F2)**

**F1**

**(сила)**

**L**

**(плечо F1)**

Если на тело действуют несколько сил, то итоговый момент будет равен сумме моментов каждой силы.

##  Параграф 5. Момент инерции

Момент инерции - это скалярная величина, которая показывает, насколько сложно изменить угловую скорость объекта вокруг оси вращения. Момент инерции считается по следующей формуле:

*Формула для подсчета момента инерции*

|  |
| --- |
| $$I=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅\overbar{r}\_{i}^{2}$$ |
| $$I\_{i}$$ | $$m\_{i}$$ | $$\overbar{r}\_{i}$$ |
| момент инерции $i$-й точки | Масса i-й точки | расстояние от i-й точки до оси вращения |

**m1**

**m2**

**m3**

**ЦЕНТР**

**МАСС**

**r1**

**r2**

**r3**

*рис 2.4*

# Глава 3

 Мною была написана программа, моделирующая рассчитанный по формулам динамики и кинематики поступательного и вращательного движения полет 2D космического корабля в **замкнутой системе**.

 **Замкнутая система** - система, в которой на объекты либо не действуют внешние силы (силы со стороны тел, не принадлежащих этой системе), либо сумма всех внешних сил равна нулю. В моем случае на корабль вообще не действовали никакие внешние силы.

 Строение и внешний вид корабля были вдохновлены обликом истребителя “B-wing” (*рис. 3.1*) из вселенной “Звездные Войны”.

*рис 3.1*

# Внутри программы корабль был разбит на 13 блоков: **A**, **B**, **C**, **d1**, **d2**, **h1**, **h2**, **h3**, **h4**, **h5**, **h6**, **h7**, **h8** - каждый из которых имел собственную массу (*рис 3.2*).

# *рис 3.2*

**Hвс1валр1**

**h2**

**h3**

**h4**

**h5**

**h6**

**h7**

**h8**

**A**

**h1**

**h2**

**h3**

**h4**

**h5**

**h6**

**h7**

**h8**

**A**

# На корабль могло действовать одновременно от 0 до 4 равных по модулю сил: **F1**, **F2**, **F3**, **F4**. Они прикладывались (только во время нажатия определенных кнопок на клавиатуре) к четырем точкам - **F1** и **F2** к верхней и нижней точке блока **C**, **F3** и **F4** к верхней и нижней точке блока **B** - и были направлены к корпусу корабля под прямым углом. Поскольку силы были перпендикулярны корпусу, их плечами являлись расстояния от центра масс до блоков **C** (для сил **F1** и **F2**) и **B** (для сил **F3** и **F4**) - **L1**, **L2**(*рис 3.3*).

**h1**

**h2**

**h3**

**h4**

**h5**

**h6**

**h7**

**h8**

**A**

**F1**

**F2**

**F4**

**F3**

**ЦЕНТР**

**МАСС**

**L1**

**L2**

### *рис 3.3*

Ниже представлена таблица “*Расчеты*”, в которой показано, какие величины с помощью каких формул и в каком порядке рассчитывались внутри программы. В столбце “Подробнее” указаны ссылки на определенные места в тексте, где вы сможете подробнее узнать о каждой из формул второго столбца таблицы. Массы и радиус-вектора, присутствующие в формулах, в контексте программы являются массами и радиус-векторами блоков **A**, **B**, **C**, **d1**, **d2**, **h1**, **h2**, **h3**, **h4**, **h5**, **h6**, **h7**, **h8**; силы и их плечи - силами **F1**, **F2**, **F3**, **F4** и их плечами **L1**, **L2**.

*Расчеты*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вычисляемая величина | Формула | Подробнее |
| Центр масс | $$\overbar{r}\_{c}=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅\overbar{r}\_{i}/\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}$$ | Глава 2. Параграф 3. [Центр масс](#_luhpw8v5nku3) |
| Момент инерции | $$I=\sum\_{i=1}^{n}m\_{i}⋅\overbar{r}\_{i}^{2}$$ | Глава 2. Параграф 5. [Момент инерции](#_83j4g2lpyqs2) |
| Момент сил | $M\left(\sum\_{i=1}^{n}\overbar{F\_{i}}\right)$=$\sum\_{i=1}^{n}\overbar{F\_{i}}⋅\overbar{L}\_{i}$ | Глава 2. Параграф 4. [Момент сил](#_fxeqa4v1ovsc) |
| Линейное ускорение | $$a=\overbar{F}/m$$ | Глава 2. Параграф 1. Законы Ньютона |
| Угловое ускорение  | $$ε=M/I$$ | Глава 2. Параграф 2. Основное уравнение динамики вращательного движения |
| Линейная скорость | $$v=v\_{0}\pm a⋅t$$ | Глава 1. Кинематика вращательного движения. |
| Перемещение | $$x=x\_{0}\pm v\_{0}⋅t\pm a⋅t^{2}/2$$ |
| Угловая скорость | $$ω=ω\_{0}\pm ε⋅t$$ |
| Угол поворота | $$φ = φ\_{0}\pm ω\_{0}⋅t\pm ε⋅t^{2}/2$$ |

 С кодом и внешним видом программы вы можете ознакомиться, перейдя по этой ссылке (если при нажатии на указанные кнопки ничего не происходит, кликните по экрану программы и попробуйте снова):

<http://www.openprocessing.org/sketch/402349>

# Заключение

 Вращательное движение является довольно простым в понимании материалом (особенно при наличии каких-либо иных знаний в области механики). И если в теории данная тема ограничивается лишь несколькими основными формулами, то на практике, не имея никаких знаний в области кинематики и динамики вращательного движения, вы оказываетесь сильно ограниченным в своих возможностях. В мире существующие виды механического движения по отдельности встречаются крайне редко, и чаще всего наблюдаемое нами движение является их совмещением. Поэтому вращательное движение, несмотря на свою абсолютную схожесть с поступательным в теоретическом плане, никак нельзя назвать вторичным

# Источники

**Е.Е. Дерюгин, Л.А Теплякова: Динамика вращательного движения *[Учебное пособие]*:**

<http://portal.tsuab.ru/v2.pdf>

**KHANACADEMY: Rotational kinematics *[Интернет курс]*:** <https://www.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-momentum/rotational-kinematics/v/angular-motion-variables>

**KHANACADEMY: Torque, moments and angular momentum *[Интернет курс]*:**

<https://www.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-momentum/torque-tutorial/v/introduction-to-torque>

**YouTube: Павел ВИКТОР: Динамика вращательного движения *[Видеокурс]*:**

<https://www.youtube.com/watch?v=HZzchORFgNE&list=PLYLAAGsAQhw-kdIQk9HA2MZGuUCqdGTKY&index=1>