# Глава 2. Динамика вращательного движения

## Параграф 1. Законы Ньютона

В основе динамики любого механического движения лежат три закона Ньютона:

1. Существует такая система отсчета, в которой любое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него НЕ действуют силы, или их действие скомпенсировано. Такая система отсчета называется **инерциальной**.

**Инерция** - явление, при котором тело продолжает находиться в состоянии покоя или равномерного движения, если это состояние не изменяется под действием внешней силы.

1. Ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно массе тела.

Второй закон Ньютона является основным законом в динамике и выполняется только в инерциальной системе отсчета.

1. Силы, с которыми тела действуют друг на друга, лежат на одной прямой, имеют противоположные направления и равные модули.

Основной задачей динамики любого механического движения является нахождения ускорения тела с помощью второго закона Ньютона.

## Параграф 2. Основное уравнение динамики вращательного движения

Для нахождения углового ускорения в динамике вращательного движения существует аналог формулы второго закона Ньютона. Чтобы понять происхождение и суть этого аналога, необходимо вспомнить, что такое **тангенциальное** и **нормальное** (центростремительное) ускорение (*рис 2.1*).

**Тангенциальное ускорение ()** - компонента ускорения, направленная по касательной к окружности или кривой, по которой происходит движение.

**at**

**an**

**a**

*O*

*рис 2.1*

**Нормальное ускорение ()** - компонента ускорения, перпендикулярная тангенциальному ускорению и направленная к центру окружности (если же движение идет по кривой, то на каждом участке этой кривой можно нарисовать окружность; таким образом, нормальное ускорение будет направлено в центр этой окружности).

При движении по окружности или кривой скорость точки всегда направлена по касательной к траектории. Таким образом, мы можем выразить тангенциальное ускорение через изменение линейной скорости:

Мы знаем, что при движении по окружности величину линейной скорости тела можно выразить через угловую скорость: , где – угловая скорость; – радиус окружности, по которой происходит движение. Подставим эту формулу в уравнение для тангенциального ускорения:

Мы знаем, что ; отсюда следует, что .

Таким образом, мы получили формулу, связывающую тангенциальное и угловое ускорение тела.

*O*

T

F

**Y**

**X**

*рис 2.2*

r

Теперь представим, что у нас есть небольшой шарик массой , подвешенный на нерастяжимой нити длиной , на который действует сила под углом к оси (*рис 2.2*). Напишем второй закон Ньютона для этого шарика в проекциях на оси и :

Шарик будет двигаться по окружности против часовой стрелки, при этом ускорение будет направлено в центр этой окружности, а ускорение – перпендикулярно оси , то есть по касательной. Таким образом, – это нормальное ускорение шарика, а – тангенциальное.

Теперь заменим тангенциальное ускорение в уравнении второго закона Ньютона по оси на и выразим угловое ускорение:

Умножим числитель и знаменатель на радиус окружности :

Таким образом, мы получили основное уравнение динамики вращательного движения, которое по-другому можно записать как .

*Формулы динамики поступательного и вращательного движения*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поступательное движение | | | Вращательное движение | | |
|  | | |  | | |
|  |  |  |  |  |  |
| сила | масса | линейное  ускорение | момент силы | момент инерции | угловое ускорение |

Аналогом силы в данном уравнении является **момент сил**, а аналогом массы - **момент инерции**. Но прежде чем приступить к детальному изучению каждой из этих физический величин, необходимо разобраться еще с одним понятием, напрямую связанным с динамикой и кинематикой вращательного движения - **центром масс**.

# 

## Параграф 3. Центр масс

Если тело никак не зафиксировано, то при его вращательном движении точкой, относительно которой происходит вращение, является **центр масс**.

Ниже представлены две таблицы: “*Формулы для расчета координат центра масс по осям”* и “*Формула для расчета радиус-вектора центра масс”* - в первой приведены формулы для расчета координаты центр масс отдельно по оси и по оси , во второй таблице - формула, по которой считается **радиус-вектор** центра масс.

**Радиус-вектор** - вектор, идущий из некоторой заранее фиксированной точки, называемой началом координат, к нужной нам точке.

*Формулы для расчета координат центра масс по осям*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| По оси | | | По оси | | |
|  | | |  | | |
|  |  |  |  |  |  |
| Координата центра масс | Масса i-й точки | Координата i-й точки | Координата центра масс | Масса i-й точки | Координата i-й точки |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| По оси + По оси | | |
|  | | |
|  |  |  |
| **радиус вектор** центра масс | Масса i-й точки | **радиус вектор** i-й точки |

*Формула для расчета радиус-вектора центра масс*

## Параграф 4. Момент силы

Подобно тому, как сила заставляет объект ускоряться в линейной кинематике, момент силы придает объекту угловое ускорение. Момент силы является вектором, перпендикулярным как силе, так и ее плечу; однако мы считаем его скалярной величиной. Считается он по следующей формуле:

*Формула для подсчета момента силы*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| = | | |
|  |  |  |
| момент силы | сила | **плечо силы** |

**Плечо силы** – это вектор, идущий из точки, относительно которой происходит вращение, до максимально близкой точки на линии действия силы (*рис 2.1*). Длина этого вектора равна кратчайшему расстоянию между точкой вращения и линией действия силы.

*рис 2.3*

**F2**

**(сила)**

**L2**

**(плечо F2)**

**F1**

**(сила)**

**L**

**(плечо F1)**

Если на тело действуют несколько сил, то итоговый момент будет равен сумме моментов каждой силы.

## Параграф 5. Момент инерции

Момент инерции - это скалярная величина, которая показывает, насколько сложно изменить угловую скорость объекта вокруг оси вращения. Момент инерции считается по следующей формуле:

*Формула для подсчета момента инерции*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
|  |  |  |
| момент инерции -й точки | Масса i-й точки | расстояние от i-й точки до оси вращения |

**m1**

**m2**

**m3**

**ЦЕНТР**

**МАСС**

**r1**

**r2**

**r3**

*рис 2.4*