Глава 1. Моделирование

**1.1. Основные понятия по теме моделирования**

Примеры моделей может встречаться во всех облостях жизни человека. Модель является представлением объекта в некоторой форме, отличной форме, отличной от формы его реального существования[[1]](#footnote-1). Некоторые процессы могут быть настолько сложными и разносторонними, что самым удобным способом их изучения является моделирование. Подобный вариант изучение всякой системы заметно упрощает исследование процесса, способствует экономии средств, и сокращению сроков исследований и получения необходимых данных, дает возможность человеку исследовать ситуации невозможные или маловероятные в реальных условиях, а также, является распространенным способом для обучения управлению сложными системами. Существует несколько методов моделирования: физическое[[2]](#footnote-2), математическое [[3]](#footnote-3) и полунатурное моделирование[[4]](#footnote-4).

Примером физической модели могут являтся так называемые идеальные случаи, то есть ньютоновская физика, рассматриваемая в школьных курсах. Для решения задачь и лабораторных ученики принебрегают многими величинами для удобного и понятного вычисления, а при решении задачь принимают объекты за материальные точки. Это существенно упрощает задачу и результат будет схожим с реальными показателями систем.

Математическим моделированием можно назвать любые графики, или диаграммы, которые наглядно могут показать разницу тех или иных величин. Например, при определении погоды, ученые используют графики зависимости величин, определяют как те или иные условия могут повлиять на дальнейшие изменения и таким образом, при проведении достаточного количества расчетов (по причине того что для более точного определения подобного случайного события требуется проводить большое количество измерений в короткие промежутки времени) можно с той или иной точностью определить погоду на некоторое время вперед. Точность же будет зависить от количества проведенных расчетов и от некоторых случайных событий, которые человек не в силах предсказать (случайное изменение направления ветра, давления и т.п.)

С полунатурным моделированием человек встречается в повседневной жизни чаще всего. Примером такого моделирования может являтся любая игрушка, скульптура, макет. Игрушка – модель настоящей машины, на примере такой модели можно рассмотреть особенности той или иной марки машины. Скульптура является моделью человека, животного или любого другого предмета, а, например уменьшеные макеты зданий являются моделями этих зданий, так как, обычно все необходимые части, при создании подобного макета, сохраняются и лишь уменьшаются до необходимых размеров.

Существует два принципиально разных пути моделирования. Абстрактная модель описывает то или иное событие при помощи словестного описания, сформулированного по особым правилам, математическим отношениям. Или, модель может являться копией исследоваемого объекта, выполненного в ином масштабе (например, игрушесные машинки, самолеты и т.д). К абстрактным моделям относятя математические, графические, имитационные, вербальные и другие.[[5]](#footnote-5)

Абстрактные модели зачастую являются образные модели, модели помогающие зрательно более четко представить требоваемую информацию, например, образные: рисунки или фотографии являются примерами абстрактной модели. Или знаковые: коды в компьютерных программах, формульная запись по физике или тригонометрии.

Материальные модели обязательно должны воспроизводить физические и геомерические данные и свойства реального объекта. Изменение состояние такой модели должно соотноситься с изменениями настоящей системы.

**1.2. Математическое моделирование**

Математические модели – упрощенные версии реального мира, выраженные при помощи математической символики. Они используют в основном два типа моделирования: имитационный и аналитический метод.

Главная ценность математических моделей заключается в том, что благодаря им возможно делать предсказания, сравнимые с реальными данными, кроме того, математическую модель легко изменять и, тем самым совершенствовать, в то время как, например, для материальних моделей при введении новых исследуемых факторов требуется создавать новую модель.

Такие математические модели, которые могут дать максимально подробное описание сложных систем называются имитационными моделями. Они описывают процессы так, как они могли бы проходить в действительности, и используется если нет возможности решить аналитическим способом, или, необходимо симулировать поведение модели во времени. Этот метод способен учитывать дискретные и непрерывные элементы системы. В основном служит для реения сложных задачь цифрового моделирования системы и сигналов. И если правильная математическая модель не должна содержать большое количество деталей, то в математической имитационной модели требуется учитывать как можно больше случайных событий для более точного соответствия реальности. [[6]](#footnote-6)

Аналитический метод-метод основывающийя на формулах, уравнениях и их решении. Аналитические модели бывают двух видов: детерминированные[[7]](#footnote-7) и вероятные.

Детерминированные модели предусматривают знание параметров в некотором интервале, позволяющем определить динамику данных моделей в некоторм интервале. Они используются, в основном для описания естественнонаучных процессов, где поведение системы можно предсказать с большой точностью. Данный вид модели имеет место только при описании объектов, если их факторы не являются случайными величинами, погрешностями которых можно пренебрегать. Тогда, любому случайному набору значений соответствует одно или определенное множество значений. Из чего можно сделать вывод, что детерминированные модели игнорируют случайные изменения. В таком случает подобные модели не способны одновременно учитывать влияние нескольких, и не могут определить взаимозаменяемость факторов в системе обратных связей.

Вероятные модели используются для создания систем со случайными процессами. Если входные и выходные данные системы представлены случайными функциями времени, то подобные модели называются стохастическими. Такие модели не определяются однозначностью, а напротив, обусловливаются законами распределения и вероятности. Именно подобные модели имеют место в ТМО (теория массового обслуживания). При построении стохастических моделей применяются методы корреляционного[[8]](#footnote-8) и регрессивного[[9]](#footnote-9) анализа.

Для любых математических моделях должны соблюдатся следующие правила[[10]](#footnote-10):

1. Универсальность – то есть модель должна содержать достаточное количество характеристик, которыми обладает исследуемый объект.

2. Адекватность – способность отображать результаты с погрешностью не выше заданной.

3. Точность – то есть высокая степень совпадения значений и характеристик , показанных моделью и реальной системой.

4. Экономичность – определяется уровень затраты ресурсов на создания: количество памяти, время реализации и эксплуатации.

**1.3 Системы массового обслуживания**

Система Массового обслуживания – система, которая производит обслуживание поступивших в нее требований. Каждая система массового обслуживания состоит из определенного числа обслуживающих ее единиц, которые называются каналами обслуживания.

Системы массового обслуживания деляться на две группы по количеству каналов обслуживания: одноканальные и многоканальные. В таких системах все заявки участников системы поступают случайным образом через случайные промежутки времени и на каждого требуется случайное количество времени обслуживания. Таким образом для вывода формул требуется срднее значения некоего количества значений для нескольких вариантов, используется такая величина, как случайный поток заявок. По причине случайной характеристики этих значений, в разные промежутки времени система массового обслуживания становится загружена неравномерно: в какой-то промежуток времени она может быть переполнена большим количеством подаваемых заявок, а в какие-то промежутки вовсе остается без какой-либо загрузки[[11]](#footnote-11).

По характеру источника требований, СМО способны получать конечное (замкнутая система) и бесконечное количество вводимых данных (не замкнутая система). В первом случае в системе циркулирует конечное, обычно постоянное количество требований, которые после завершения обслуживания возвращаются в источник. Во втором случае источник генерирует бесконечное число требований[[12]](#footnote-12). Для первого типа примером может служить завод, на котором находится конечное число машин-исполнителей. На пример, второго типа можно привести глобальную сеть интернет, где может существовать неограниченное количество требований на входе.

Системы массового обслуживания можно разделить, также, по дисциплине обслуживания и по характеру организации обслуживания. По дисциплине обслуживания, входные данные могут обрабатываться в порядке поступления, в случайном порядке или с приоритетом. Например, очередь регистрации на рейс самолета могут присудствовать все три вида: во первых, пассажиры бизнес-класса будут обслуживаться с привилегией, во вторых, основная очередь идет в поряке поступления, то есть, кто первый приходит, тот первый и рекистрируется, но при этом, иногда, когда появляется большое количество народа данная СМО может обслуживаться и случайным образом, когда из общей очереди работники могут выбирать из общей очереди случайных людей (например, пожилых, пассажиров с детьмиили, инвалидов) По характеру организации, система может обрабатывать входные днанные с отказом, с ожиданиями, с ограничением ожидания. В качестве примера можно разобрать систему каких либо услуг связанных с телефоном: таким образом будет создаваться очередь из клиентов, и в тот момент, когда она достигнет определенной длинны следующий клиент будет сбрасываться с линии, то есть, получать отказ на выполение данной услуги.

Для определения СМО требуются следующие величины: среднее время обслуживания одной заявки (в данный промежуток времени среднее значение принимается за неизменяемую величину), производительность системы (общее среднее количество обработанных заявок за данный отрезок времени), процент откланенных заявок (то есть, в момент переполнения системы последующие заявки отклоняются, пока система не перейдет в нормальное состояние, процент загрузки системы, емкость памяти для очереди (то есть максимальное доступное количество заявок в очереди), затраты, надежность системы.

 Эфективность данной модели системы считается как разность результатов технических показателей (в модели) и средним показателем настоящей системы. Кроме того существует дисциплина обслуживания, определяющая порядок обслуживания поступающих в систему заявок, например, первая поступившая заявка обслуживается первой и т. д. Приоритет может быть абсолютным или относительным. В абсолютном приоритете обслуживания когда при появлении случайного события, влияющего на работу СМО все доступные точки работают на устранение неполадок. В относительной же системе, подобная заявка может получить лишь «более близкое» место в очереди.

**1.4. Этапы моделирования СМО**

В создании модели СМО используется пять этапов:

Первый этап – определение свойств данной системы. А также выявления качеств, которыми должна удовлетворять новая система. Даные условия представлены в задачах в виде количественных ограничений использования СМО.

Второй этап – анализ схемы СМО и выделение элементов и характеристик, которые влияют на качество работы системы. На этом же этапе следует определить формулу, по которой будут проводиться дальнейшие расчеты.

Третий этап – построение алгоритма системы и проверка полученных данных в среде програмирования со статистическими данными, или данными подтвержденными на пратике.

Четвертый этап – проверка вычислительного эксперимента. На данном этапе система должна пройти определенное количество опытов, при прохождении которых она должна обеспечивать необходимую точность результатов. Затем, после обработки результатов, полученных при проведении эксперимента некое количество раз при одинаковых входных данных ищется средние показатели величин.

Пятый этап – анализ результатов моделирования. Сюда входит выбор оптимального решения из множества вариантов. Формулировка вывода и условий, при которых полученная модель наиболее эфективна.[[13]](#footnote-13)

Разберем конкретный пример – задача на определение операторов справочной службы[[14]](#footnote-14). В справочную службу поступают запросы со средним интервалом и средним временем работы с одним клиентом и некоторым допустимым процентом отказа при условии что в очереди находится колчество человек не привышающее допустимое (система не имеет буферной памяти для удерживания клиента). Для начала, определяем основные характеристики данной системы. Представим себе эту модел: в операторской службе работает ограниченное число работников, на протяжении некоторого промежутка времени в эту службу звонят потребители, при этом каждый из них может дозвониться и получить услугу только при том условии, что есть свободный оператор (т.к. по условию, нет буферной памяти), в ином случае, его входные данные получают атказ. При этом доля всех отказов системы в данный промежуток времени не должен привышать определенного процента. В таком случае, получив эксперементальные данные в результате наблюдения за системой в течении определенного промежутка времени можно определить примерное время, которое требуется для обслуживания одного клиента, и средний интервал с которым поступают заявки клиентов. Таким образом, зная количество операторов в компании, принимающей звонки, построив график зависимости интервала звонков от времени и работы с клиентом можно будет определить в какие промежутки времени еть более загружена, а в какие свободна, то есть для повышения рациональности в какое время требуется работа всего коллектива, а в какой промежуток не требуется такое количество функцианирующих операторов. Кроме того, зная эти данные, можно изменить процент отказов в приеме запросов при изменении определенных данных системы этот процент может увеличится или уменьшится более или менее интенсивно.

Итак, для удобства вычисления, экономии средств и времени используется моделирование. Моделирование может быть материальным и абстрактным, к материальному моделированию относятся полунатурное моделирование, а к абстрактному – матемотическое. Одним из видов математических моделей являются имитационные модели, главная задача которых обрабатывать входные данные с учетом каких либо погрешностей и случайных факторов, причем чем больше эти случайностей, тем более точно и приближенно к реальности будет работать эта модель. К имитационным моделям относятся модели систем массового обслуживания. Модели такого типа можно разделять по разным характеристикам: по количеству каналов обслуживания они бывают одноканальные и многоканальные, по характеру источника требований такие модели делятся на замкнутые и не замкнутые, а по характеру организации система может получать днанные с отказом, с ожиданиями, с ограничением ожидания. Также, существуют определенные правила, по которым создаются имитационные модели СМО. Они включают в себя пять этапов, при выполнении которых можно разработать наиболее рациональное решение системы, которое будет схоже по характеристикам с реальной СМО, что поможет определить и исправить ее недостатки.

1. Осипов Л.А.

Проектирование систем массового обслуживания. О741 - М.:изд. "Адвансед Солюшнз", 2011.-112 с. [↑](#footnote-ref-1)
2. Основывается на математическом описании процессов, подобное описанию процессов в реальной системе. [↑](#footnote-ref-2)
3. основывается на аналогии данной системы и какого-либо математического уавнения. [↑](#footnote-ref-3)
4. В данном методе используется часть реальной системы или опытных устройств в совокупности с матемотической моделью устройства. [↑](#footnote-ref-4)
5. Задачник-практикум: в 2 т. И74 Т. 2/Л.А.Залогова [и др.]; под ред. И.Г.Семакина, Е.К.Хеннера. - 3-е изд.-м. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.- 294с.: ил. [↑](#footnote-ref-5)
6. <http://life-prog.ru/1_12002_matematicheskie-modeli.html>

17.01.16 [↑](#footnote-ref-6)
7. Они в свою очередь деляться на периодические и не переодические [↑](#footnote-ref-7)
8. статистическая связь двух или более случайных величин. При изменении одной из таких величин происходит изменение и другой величины. [↑](#footnote-ref-8)
9. Статистический метод установления зависимости между независимыми и зависимыми переменными. [↑](#footnote-ref-9)
10. <http://www.pedsovet.info/info/pages/referats/info_00002.htm>

17.01.16. [↑](#footnote-ref-10)
11. Осипов Л.А.

Проектирование систем массового обслуживания. О741 - М.:изд. "Адвансед Солюшнз", 2011.-112 с. [↑](#footnote-ref-11)
12. <http://ermak.cs.nstu.ru/mmsa/glava5/glava5.htm>

17.01.16. [↑](#footnote-ref-12)
13. Задачник-практикум: в 2 т. И74 Т. 2/Л.А.Залогова [и др.]; под ред. И.Г.Семакина, Е.К.Хеннера. - 3-е изд.-м. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.- 294с.: ил. [↑](#footnote-ref-13)
14. Осипов Л.А.

Проектирование систем массового обслуживания. О741 - М.:изд. "Адвансед Солюшнз", 2011.-112 с. [↑](#footnote-ref-14)