# **Решение задач с помощью японской математики «Васан»**

# **2.1. Выполнение арифметических операций с помощью вычислительного пробора «Соробан»**

Операции сложения и вычитания также производились слева направо, начиная со старшего разряда, следующим образом:

* перед началом счета все косточки соробана должны находиться внизу;
* первое слагаемое вводилось, начиная со старшего разряда; для ввода разряда необходимое число косточек придвигалось к поперечной планке;
* поразрядно, прибавлялось второе слагаемое; при переполнении разряда прибавлялась единица к старшему (левому) разряду;
* вычитание производилось аналогично, но при недостатке косточек в разряде они занимались у старшего.

Соответствующие правила были разработаны для выполнения операций умножения и деления.

Рассмотрим примеры арифметических операций на соробане [4].

*Пример 1.* Найти сумму чисел 19 и 15.

Откладываем на счетах первое слагаемое – число 19 (рис. 9).

Прибавляем по разрядам (также слева направо) второе слагаемое – число 15. Сначала на линейке десятков сдвигаем вверх одну косточку, т.е. прибавляем 10 к 19 (рис. 10), затем опускаем вниз одну косточку в верхнем ряду на линейке единиц, т.е. прибавляем 5.

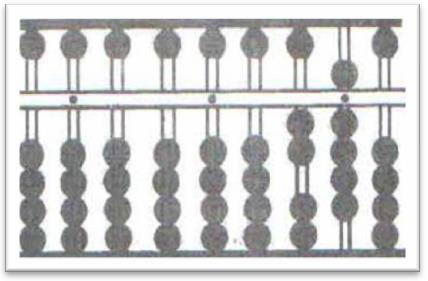
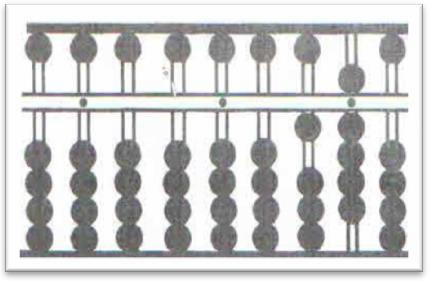
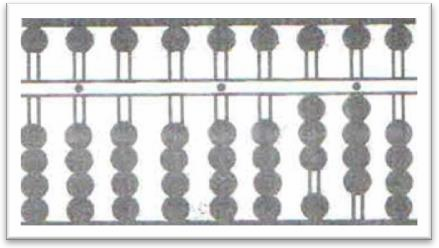
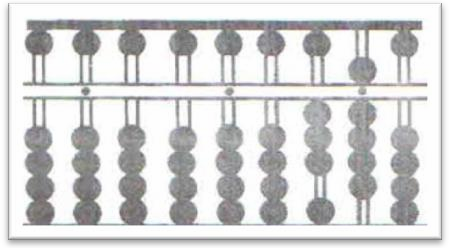


Рисунок 9 Рисунок 10

В связи с тем, что на данной линейке единиц разряд переполнен, прибавляем одну косточку слева к старшему разряду (рис. 11) и отнимаем необходимое число на данной линейке, т.е. 5=10-5 (рис. 12). Получаем результат 34.

 Рисунок 11 Рисунок 12

*Пример 2.* Найти разность чисел 34 и 18.

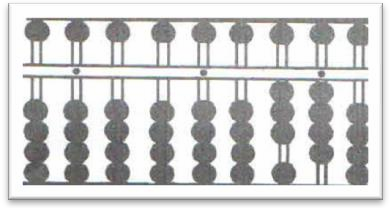
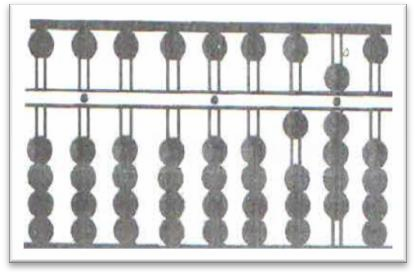
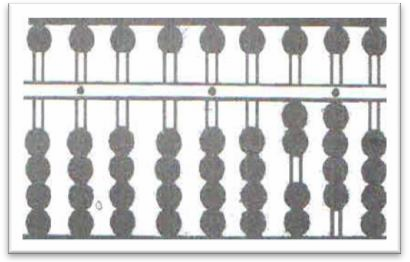
Откладываем на счетах первое слагаемое – число 34 (рис. 13).

Рисунок 13

Поразрядно вычитаем второе слагаемое – число 18. Для этого на линейке десятков вычитаем 10 (рис. 14), а на линейке единиц вычитаем 8. Но так как на линейке единиц недостаточно косточек, то мы отнимаем одну косточку слева от старшего разряда (рис. 15), а на линейку единиц прибавляем две косточки.

Рисунок 14 Рисунок 15

В нижней ее части не хватает косточек для сложения, поэтому заменим действие на «прибавить 5 и отнять 3». Для этого передвигаем к перегородке одну косточку сверху, а три нижние – отодвигаем. Получаем ответ – 16 (рис. 16).

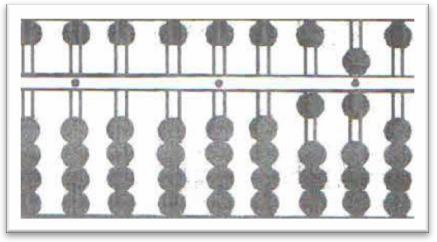


Рисунок 16

*Пример 3.* Найти произведение чисел 132 и 2.

Расположим первый множитель, число 132, вблизи центра счетной доски. Пропустив пустую линейку, число 2 расположим слева (рис. 17). Между числами пропустим одну линейку для лучшей наглядности, при счетах больших размеров, можно пропускать и больше.

Умножаем правую цифру первого множителя на крайнюю левую цифру множителя, т.е. 2 2=4. Поскольку среди множителей наибольший

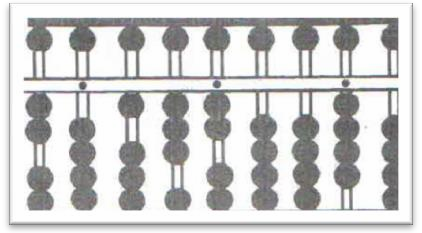
«вес» имеет первый, т.к. он – занимает 3 разряда, и поэтому одноразрядный результат надо представить в виде 004, для того, чтобы правильно поместить его на линейках. Число 002 откладываем справа от множимого (рис. 18). Теперь мы не нуждаемся в цифре 2, т.к. с ней уже все проделано. Очистим эту линейку для дальнейшей работы.

Рисунок 17 Рисунок 18

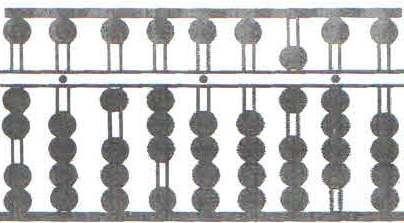
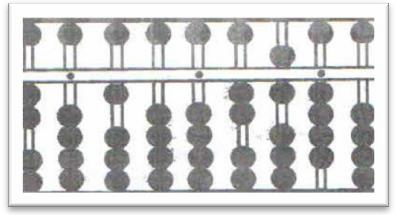
Умножаем следующую слева цифру первого множителя на крайнюю левую цифру второго множителя, то есть 3 2=6. Результат 006 откладываем, начиная с «очищенной» линейки (рис. 19). С цифрой 3 все проделано, можем очистить эту линейку. Умножаем оставшуюся цифру первого множителя на 2 и результат 002 откладываем, начиная с очищенной линейки. Получившееся число 264 является ответом (рис. 20).

Рисунок 19 Рисунок 20

*Пример 4.* Найти частное от деления чисел 567 и 3.

Откладываем делимое 567 на правой стороне соробана, в нашем случае на линейках *G, H, I* и делитель 3 слева на линейке В.

Следует предусмотреть, чтобы цифра 7 попала на единичный разряд (рис. 21).

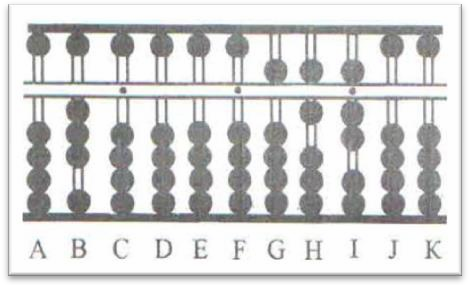
Так как для расположения частного достаточно трех разрядов, первую его цифру расположим на линейке *D*, тогда единицы расположатся на линейке *F*. Порядок деления числа 567 на 3 начинается с деления 5 на 3. Это будет 1 с остатком.

Рисунок 21

Расположим число 1 на линейке D (рис. 22) Умножаем 1 на 3 – получаем 3. Затем вычитаем 3 из 5 – получаем 2 (рис. 23).

Новое значение 267 расположено на линейках G, H, I.

Продолжим деление 26 на 3. Число 3 содержится в 26 – 8 раз с остатком.

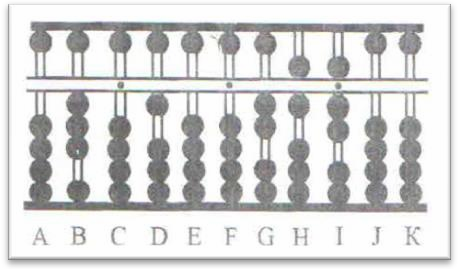
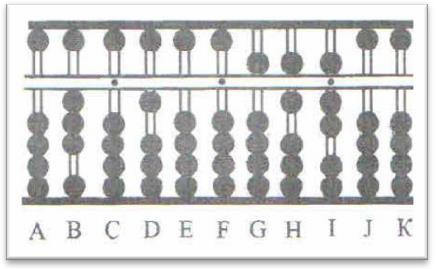
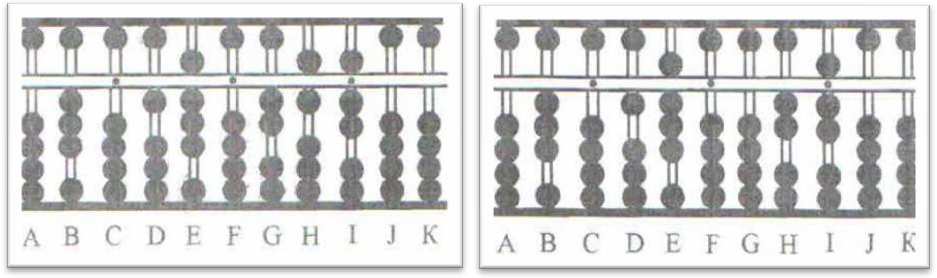


Рисунок 22 Рисунок 23

Расположим 8 на линейке Е (рис. 24). Произведение чисел 8 и 3 равно 24. Вычтем 24 из 26 и получим результат 2 (рис. 25).

Теперь имеем число 27 слева на линейках H, I.

Продолжим деление на 3 числа 27. 3 содержится в 27 девять раз.

Рисунок 24 Рисунок 25

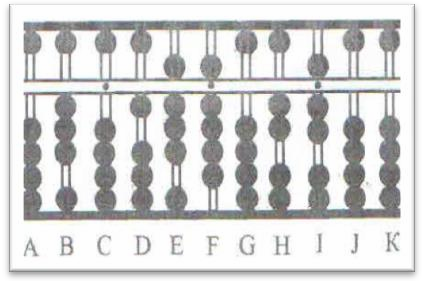
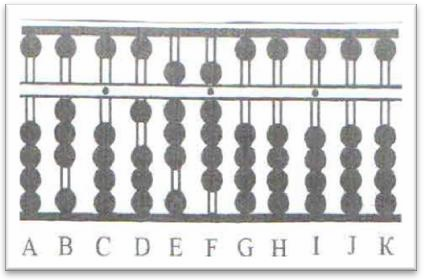
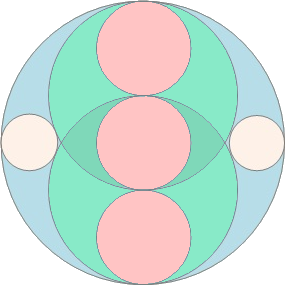
Размещаем 9 на линейке *F* (рис. 26). Умножаем 9 на 3 – получаем число 27, затем вычитаем 27 из 27, получаем 0 (рис. 27). Следует предусмотреть, чтобы цифра 9 попала на единичную линейку *F*. Число 189 – полученный результат.

Рисунок 26 Рисунок 27

# **2.2. Решение задач Сангаку**

*Задача 1.* Восемь окружностей

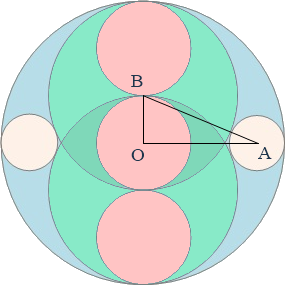


*Дано:*

Шесть из восьми кругов имеют очевидные отношения между их радиусами. В порядке уменьшения длин радиусов: 1:  2/3 :  1/3.

*Найти:*

радиус двух маленьких окружностей по радиусу самой большой.



*Решение:*

Будем полагать, радиус самой большой окружности равен *R=*3*r*. Тогда *r* – радиус каждой из трех окружностей и 2*r* – радиус каждого из двух больших двойников. Примем за *х* – неизвестный радиус.

В ΔABO: AB = 2*r + х*, OB = *r*, ОA = 3*r–х*.

По теореме Пифагора:

AB2 = OB2 + ОA2,

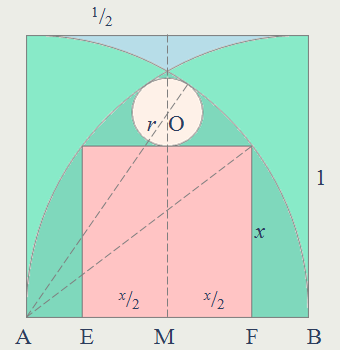
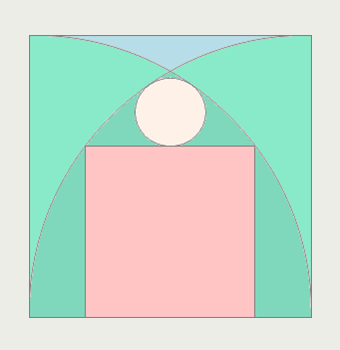
(2*r + х*)2 = *r*2 + (3*r – х*)2,

4*r*2 + 4*rx + x*2 = *r2* + 9*r*2 – 6*rx* + *x*2,

10*rx* = 6*r*2, отсюда *х* = 3*r*/5.

Так как *R =*3*r*, то радиус наименьшей окружности выражается через радиус наибольшей окружности следующим образом: *х = R/*5*.*

*Ответ*: *х = R*/5*.*

*Задача 2.* Квадрат и окружность в готическом куполе

Единственный положительный корень последнего квадратного уравнения *х* = 3/5.

Применим теорему Пифагора к ΔAMO и получим: AO2 = AM2 + MO2,

(1 – *r*)2 = (1/2)2 + (*х + r*)2,

(1 – *r*)2 = (1/2)2 + (3/5 + *r*)2.

Последнее уравнение сводится к линейному уравнению с корнем*r* = 39/320.

Таким образом, *r*/*х =*39/320 : 3/5 = 13/64.

*Решение:*

Будем полагать, что сторона большего квадрата равна 1, сторона меньшего квадрата GF = *х* и радиус окружности с центром в точке О равен *r*.

По теореме Пифагора: AG2 = AF2 + FG2,

1 = (1/2 + *х*/2) 2 + *х*2,

1 = 1/4 + *х*/2 + *х*2/4 + *х*2,

4 = 1 +2*x* + *х*2+ 4*х*2,

5*x*² + 2*x* – 3 = 0.

*Дано:*

Две четверти окружности, вписанные в квадрат, образуют фигуру, похожую на готический купол. В этот готический купол вписан квадрат и окружность, как показано на рисунке.

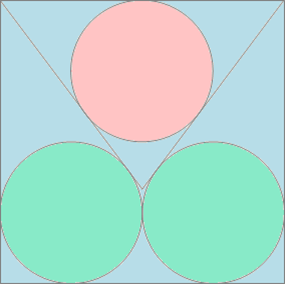
*Найти:*

Отношение радиуса этой окружности и стороны этого квадрата

*Ответ*: 13/64.

Задача 3. Три окружности в квадрате

Дан квадрат и три окружности, размещённые в нём, как показано на рисунке. Докажите, что, если зелёные окружности равны, то и розовая окружность равна им.



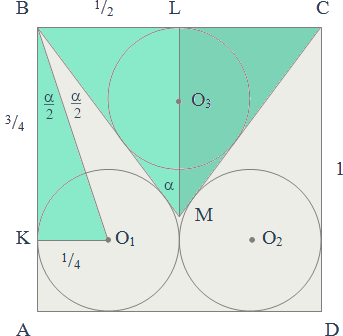
*Доказательство:*

Будем считать, что сторона квадрата в некоторых условных единицах длины составляет 1.

Тогда очевидно, что ВК =  3/4,  KO1 = 1/4,  BL = 1/2.

Покажем, что LO3 = 1/4.

Полагая ∠ KВO1 = α/2 имеем, из прямоугольного Δ KВO1 tg α/2 =  KO1/ ВК = 1/4 : 3/4 = 1/3.



Очевидно, что ∠ KВМ = ∠ ВМL = α и tg α = 3/4, в чём можно убедиться с помощью уже найденного значения tg α/2.

В прямоугольном Δ ВМL: LM= BL / tg α = 1/2: 3/4= 2/3,

BM2 = LM2 + BL2 = (2/3)2 + (1/2)2 = 25/36 и BM = 5/6.

Так как 2SΔ ВMC = BC · ML = PΔ ВMC · LO3, то LO3 = BC · ML / PΔ ВMC = BC · ML / BC + 2BM = 1/4, что и требовалось доказать.

Данные задачи отражены в мультимедийной презентации (приложение 1). Помимо них, представлено несколько интеракивных практических заданий для самопроверки. Приведены примеры нерешенных задач сангаку.